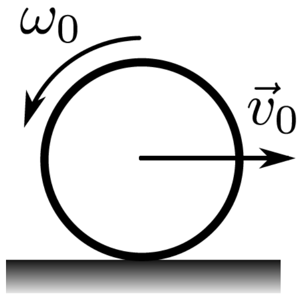
Открытая олимпиада по физике

10 класс, 2024 год

1. В художественной гимнастике известен красивый элемент — гимнастка бросает по полу в горизонтальном направлении обруч, который через некоторое время начинает катиться в обратном направлении и возвращается к ней.



1. При каком соотношении между начальными значениями угловой скорости вращения ω_0 и линейной скорости поступательного движения v_0 такой элемент возможен? Радиус обруча равен R.

2. Считая ω_0, v_0 и коэффициент трения скольжения обруча о пол μ заданными величинами, найдите какой путь пройдет обруч до изменения направления движения.

3. Через какое время после броска обруч вернется к гимнастке?

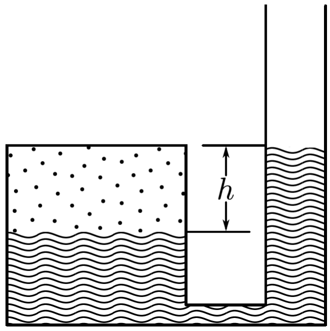
1) $\omega_0 R > v_0$; 2) $S_1 = \frac{v_0^2}{2\mu g}$; 3) при $\omega_0 R > 3v_0$: $\tau_1 = \frac{2v_0}{\mu g}$, при $v_0 < \omega_0 R < 3v_0$: $\tau_2 = \frac{(\omega_0 R + v_0)^2}{4\mu g(\omega_0 R - v_0)}$

2. В планетарной системе τ Кита есть планета с массивным шарообразным спутником (луной). Масса планеты равна M_1, а ее радиус R_1. Аналогичные параметры для спутника равны M_2 и R_2, соответственно. Расстояние между центрами планеты и ее луны равно ℓ. Космическая экспедиция землян, высадившаяся на планету, забросила на спутник контейнер с научной аппаратурой. Запуск контейнера с помощью специальной пушки был произведен из наиболее близкой к спутнику точки поверхности планеты, причем начальная скорость контейнера v_1 имела минимально возможное значение для успешного достижения цели. Непосредственно перед ударом о поверхность спутника контейнер разогнался до скорости v_2.

Найдите отношение v_2/v_1. *(Действием каких-либо сил, кроме гравитационных, во время полета контейнера можно пренебречь, вращение планеты и ее луны не учитывать).*

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{M_1}{\ell - R_2} + \frac{M_2}{R_2} - \frac{(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2})^2}{\ell}}}{\sqrt{\frac{M_1}{R_1} + \frac{M_2}{\ell - R_1} - \frac{(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2})^2}{\ell}}}$$

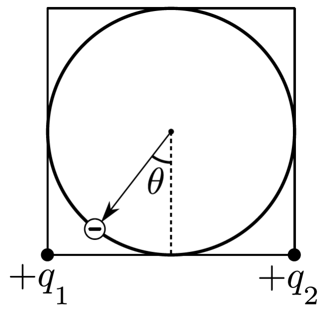
3. В сообщающихся сосудах (см. рис.) с отношением площадей поперечных сечений $S_2/S_1 = n$ находится некоторая жидкость. Больший из сосудов герметично закрыт и содержит в верхней части воздух объемом V. Расстояние между крышкой этого сосуда и уровнем жидкости в нем равно h. В узком открытом сосуде уровень жидкости на h выше, чем в широком. После того, как в открытый сосуд влили эту же жидкость объемом ΔV, разница между уровнями в сосудах стала равна $2h$, а давление воздуха в закрытом сосуде стало в два раза больше, чем атмосферное.



Считая, что все процессы в этой системе происходят при постоянной температуре, найдите отношение $\Delta V/V$.

$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = \frac{n+5}{4n}}$

4. На тонкое гладкое диэлектрическое кольцо надета отрицательно заряженная бусинка. В соседних вершинах квадрата, описанного вокруг кольца, расположены два точечных положительных заряда. В положении равновесия радиус-вектор относительно центра кольца бусинки отклоняется на угол θ от вертикали.



1. В каких пределах может лежать значение угла θ?

2. Каково отношение величин положительных зарядов q_2/q_1?

$\boxed{1)\ \theta \in \left\{-\frac{\pi}{4}, +\frac{\pi}{4}\right\} \cup \left\{-\frac{3\pi}{4}, +\frac{3\pi}{4}\right\};\ 2)\ \frac{q_2}{q_1} = \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \cdot \left(\frac{3 - 2(\cos\theta - \sin\theta)}{3 - 2(\cos\theta + \sin\theta)}\right)^{3/2}}$

5. Друг Винни-Пуха Кролик изучает оптику. Он знает, что слегка близорук, поэтому для того, чтобы без очков увидеть себя в зеркале чётко, он подходит к зеркалу на расстояние L и при этом видит себя (с макушки до пят — по вертикали) под углом α. Затем он надевает очки с рассеивающими линзами оптической силы $D < 0$. Чтобы снова видеть себя чётко, он смещается. Под каким углом он теперь себя видит?

Считайте, что глаза Кролика находятся на макушке, очки расположены вплотную к глазам.

$\boxed{\beta = \operatorname{arctg}\left((2DL + 1)\operatorname{tg}\alpha\right)}$