

Открытая олимпиада школьников по математике**9 класс, 2024 год**

1. Даны две параболы со старшим коэффициентом 1 и вершинами в точках $(1; 1)$ и $(4; 4)$. В какой точке находится вершина параболы со старшим коэффициентом -1 , проходящей через эти две точки.

(9:8)

2. Натуральные делители натурального числа n занумеровали по возрастанию: $d_1 = 1, d_2, \dots, d_k = n$. Оказалось, что $d_{10} = 196$. Какое наименьшее значение может принимать число n ?

101 · 961 = 96261

3. В клетчатой полоске $1 \times n$ некоторые клетки закрашены, а некоторые — нет. При этом среди любых четырёх подряд идущих клеток не более одной закрашенной, а среди любых семи подряд идущих не менее двух закрашенных. При каком наибольшем n это возможно?

6 = u

4. Дан треугольник ABC . D — точка пересечения биссектрисы угла $\angle B$ и описанной окружности треугольника. Точка E такова, что D — середина CE . Оказалось, что $CD = 10$, $AC = 16$. Найдите AE .

12

5. Натуральные числа a, b, c таковы, что

$$\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОД}(a, c) \cdot \text{НОД}(b, c) = 500.$$

Найдите наименьшее возможное произведение abc .

0007 = 7^3 + 7^2

6. Даны три числа a, b, c , большие 2. Докажите неравенство

$$a + b + c \geq 6 + 9 \cdot \frac{abc - 2ab - 2ac - 2bc + 4a + 4b + 4c - 8}{ab + ac + bc - 4a - 4b - 4c + 12}.$$

7. $ABCD$ — описанная трапеция. Лучи BA и CD пересекаются в точке K . Периметр треугольника KAD равен 238. $BC = 170$. Найдите AD .

02

8. На доске было написано слово. Вася стёр у этого слова одну букву, после чего количество способов переставить в слове буквы уменьшилось ровно в 10 раз. Сколько букв было в начальном слове? В письменном решении укажите все варианты ответа, в поле ответа введите наименьший из них.

Под «количеством способов переставить буквы» мы понимаем все возможные перестановки букв в этом слове, включая само слово. Например, для слова МАМА мы получим 6 способов: ААММ, АМАМ, АММА, МААМ, МАМА, ММАА.

Все числа, кратные 10