

**Открытая олимпиада школьников по математике****8 класс, 2024 год**

1. Петя написал на доске все возможные приведённые квадратные уравнения, каждое из которых имеет два натуральных корня от 1 до 100 включительно. Затем он выписал все возможные дискриминанты этих уравнений. Сколько различных дискриминантов у него получилось?

66

2. В прямоугольном треугольнике со сторонами 3, 4, и 5 провели высоту из вершины прямого угла. В получившихся двух треугольниках также провели высоты из прямого угла, и так далее. Так сделали 8 раз. В итоге исходный треугольник оказался разбит на 256 маленьких прямоугольных треугольников. Какое наибольшее число попарно неравных треугольников среди них можно выбрать?

6

3. Какое наибольшее количество шахматных коней можно поставить на клетчатой доске  $2 \times 14$  так, чтобы они не били друг друга?

91

4. В трапеции  $ABCD$  биссектрисы углов  $\angle B$  и  $\angle C$  пересекаются на основании  $AD$ .  $AB = 8$ ,  $CD = 10$ . Найдите периметр трапеции.

45

5. Натуральное число называется свободным от квадратов, если оно не делится ни на какой квадрат натурального числа, кроме 1. Существует ли такая тройка свободных от квадратов чисел  $a, b, c$  что

$$\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОД}(a, c) \cdot \text{НОД}(b, c) = 500?$$

Нет

6. В классе учатся 20 человек, которые делятся на рыцарей, всегда говорящих правду, и лжецов, которые всегда лгут. У каждого из них ровно по три друга среди одноклассников. Каждый сказал: «Все мои друзья-одноклассники — лжецы». Какое наименьшее и наибольшее количество рыцарей может учиться в этом классе?

Введите эти два числа в любом порядке через запятую.

10 — 5, наибольшее — 10

7. Три натуральных числа  $a, b, c$  таковы, что

$$a + b + c = 31 \quad \text{и} \quad ab + ac + bc = 320.$$

Найдите  $abc$ .

1001

8. Петя и Вася играют в игру, первым ходит Петя. За один ход разрешается заменить написанное на доске число на любое меньшее нечётное натуральное число, взаимно простое с написанным. Проигрывает тот, кто будет вынужден написать единицу.

Изначально на доске написано нечётное число от 3 до 2023. Для какого количества таких чисел у Пети есть выигрышная стратегия?

679