

Открытая олимпиада школьников по математике

5–7 классы, 2024 год

1. Велосипедист проехал первую половину пути с некоторой скоростью, а затем увеличил скорость на 25%. На сколько процентов из-за этого уменьшилось общее время поездки по сравнению с запланированным?

10%

2. Найдите наименьшее четырёхзначное натуральное число такое, что какую бы мы ни вычеркнули из него цифру, получится число, кратное 3.

1111

3. Дан квадрат $A_1B_1C_1D_1$.

- Точки A_2, A_3, A_4 делят сторону A_1B_1 на 4 равные части.
- Точки B_2, B_3, B_4 делят сторону B_1C_1 на 4 равные части.
- Точки C_2, C_3, C_4 делят сторону C_1D_1 на 4 равные части.
- Точки D_2, D_3, D_4 делят сторону D_1A_1 на 4 равные части.

Точки, обозначенные одной буквой, расположены в порядке возрастания номеров.

Найдите сумму углов $\angle B_1A_1B_2 + \angle C_2B_1C_3 + \angle D_3C_1D_4 + \angle A_4D_1B_1$ (в градусах).

45°

4. Пусть a и b — два различных натуральных числа, больших 50. Какое наименьшее значение может принимать их наименьшее общее кратное?

102

5. Каким наименьшим количеством полосок 1×5 и 5×1 можно покрыть квадрат 7×7 (полоски могут накладываться друг на друга и выходить за пределы квадрата).

11

6. В классе учатся 32 человека, которые делятся на рыцарей, всегда говорящих правду, и лжецов, которые всегда лгут. У каждого из них ровно по три друга среди одноклассников. Каждый сказал: «Среди моих друзей-одноклассников есть лжец». Какое наименьшее и наибольшее количество рыцарей может учиться в этом классе?

Наименьшее число — 16, наибольшее — 24

7. Циферблат «тикающих» часов со стрелкой разбит на 60 делений по 6° каждое. Стрелки не движутся непрерывно: минутная стрелка раз в минуту смещается на одно деление, часовая — раз в 12 минут. Прошло 12 часов. В течение какого количества минут за это время между стрелками был угол ровно 90° (не важно в каком направлении).

24

8. У Васи есть девять палочек, по три каждого цвета: синего, красного и белого. Длины этих палочек — попарно различные натуральные числа. Из любых трёх одноцветных палочек можно составить треугольник, как и из любых трёх палочек разных цветов.

Какое наименьшее значение может принимать длина самой короткой палочки?

□