

Открытая олимпиада школьников по математике**9 класс, 2022 год**

1. Графики квадратных трёхчленов $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в точке $(3; 8)$. Трёхчлен $f(x)+g(x)$ имеет единственный корень 5. Найдите старший коэффициент трёхчлена $f(x) + g(x)$.
2. Натуральное число n при делении на 12 даёт остаток a и неполное частное b , а при делении на 10, наоборот, остаток b и неполное частное a . Найдите n .
3. Известно, что $a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b + 3abc = 30$ и $a^2 + b^2 + c^2 = 13$. Найдите $a + b + c$.
4. Окружности O_1 и O_2 касаются окружности O_3 радиуса 13 в точках A и B соответственно и проходят через её центр O . Вторично эти окружности пересекаются в точке C . Известно, что $OC = 12$. Найдите AB .
5. В трапеции $ABCD$ диагональ BD является биссектрисой угла $\angle B$, а её длина равна длине основания BC . Биссектриса угла $\angle CBD$ пересекает прямую AD в точке K . Точка L на продолжении отрезка BD за точку D такова, что $AB = DL$.
Докажите, что $AK = BL$.
6. Шесть положительных чисел, не превосходящих 3, удовлетворяют равенствам $a+b+c+d = 6$ и $e + f = 2$. Какое наименьшее значение может принимать выражение

$$\left(\sqrt{a^2 + 4} + \sqrt{b^2 + e^2} + \sqrt{c^2 + f^2} + \sqrt{d^2 + 4}\right)^2?$$

7. В таблице 8×8 какие-то клетки чёрные, а остальные — белые. В каждой белой клетке написали суммарное количество чёрных, находящихся с ней на одной горизонтали или вертикали; в чёрных клетках ничего не написано. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?
8. 32 волейбольных команды участвуют в турнире по следующей схеме. В каждом туре все оставшиеся команды разбиваются на пары случайным образом; если команд нечётное число, одна из команд пропускает этот тур. В каждой паре одна из команд побеждает, а другая проигрывает, ничьих в волейболе не бывает. После трёх поражений команды выбывает из турнира. Когда выбыли все команды кроме одной, эта команда объявляется победителем и турнир заканчивается.

Какое наименьшее количество туров может продолжаться турнир?