

Открытая олимпиада школьников по математике**8 класс, 2018 год**

1. Существует ли прямоугольный параллелепипед с целочисленными сторонами, у которого площадь поверхности численно равна объему?
2. На большем основании AD равнобедренной трапеции $ABCD$ отмечена точка X так, что $AB = AX$. На луче AB выбрана точка E такая, что $DE \parallel BX$. Докажите, что выполнено неравенство $AD + CE \geq BE + ED$.
3. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 20. Биссектриса угла B пересекает прямые AD и CD в точках K и L соответственно. Найдите CL , если известно, что $DK = 4$.
4. Из множества трёхзначных чисел, не содержащих в своей записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, выписали на бумагу несколько чисел таким образом, что никакие два числа не могут быть получены друг из друга перестановкой двух рядом стоящих цифр. Какое наибольшее количество таких чисел могло быть написано?
5. Решите уравнение $a + b + \text{НОД}(a, b) + \text{НОК}(a, b) = 143$.
6. На клетчатой доске 3×3 стоят рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый из них сказал: «Среди моих соседей ровно три лжеца». Сколько лжецов на доске?
Соседями считаются люди, находящиеся на клетках, имеющих общую сторону.
7. По кругу стоят 23 блюдечка, на них разложены 46 пирожков. За один ход разрешается взять 2 пирожка, лежащие на одном блюдечке, и переложить их на 2 соседних блюдечка. При любом ли начальном расположении пирожков можно добиться того, чтобы на всех блюдечках оказалось поровну пирожков?
8. Десятичную запись четырёхзначного числа $AB\Gamma$, состоящего из различных цифр, разбили на три части тремя способами, после чего составили три квадратных уравнения $Ax^2 + Bx + \Gamma = 0$, $Ax^2 + B\Gamma x + \Gamma = 0$ и $ABx^2 + Bx + \Gamma = 0$. Оказалось, что все они имеют корни. Найдите все возможные значения $AB\Gamma$.
 AB , $B\Gamma$ и Γ здесь не произведения цифр, а двузначные числа. Не только в записи числа $AB\Gamma$, но и в записях этих двузначных чисел первые цифра не могут быть равны 0.