

Открытая олимпиада школьников по математике

8 класс, 2017 год

1. Существует ли натуральное четырёхзначное число с суммой цифр 21, которое делится на 14?

2. Мальчики собирали яблоки. Каждый собрал либо 10 яблок, либо 10% от общего количества собранных яблок, причём были и те, и другие. Какое наименьшее количество мальчиков могло быть?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 6(x + y), \\ xz = 4(x + z), \\ yz = 2(y + z). \end{cases}$$

4. Даны три квадратных уравнения со старшим коэффициентом 3 и различными неотрицательными дискриминантами. Может ли дискриминант каждого из них являться корнем двух оставшихся уравнений?

5. Дан ребус: МИМИМИ + НЯНЯНЯ = ОЛАЛАОЙ. Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. Найдите МИ + НЯ.

6. Четырёхугольник разбит на 1000 треугольников. В каком наибольшем количестве различных точек могут находиться вершины этих треугольников?

7. Дан прямоугольный треугольник ABC , у которого угол A равен 60 градусам, а гипотенуза AB равна $4 + 4\sqrt{3}$. Через вершину B провели прямую p параллельную AC . На прямой p поставили точки D и E таким образом, что $AB = BD$, $BC = BE$. F — точка пересечения прямых AD и CE . Найдите, чему может быть равен периметр треугольника DEF .

8. На острове Глазном живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Кроме того, все жители острова либо синеглазые, либо кареглазые. Однажды встретились 100 жителей острова, после чего каждый сказал каждому одну из двух фраз: «Ты лжец» или «Ты синеглазый», причём фраз «Ты лжец» было больше половины. Какое количество кареглазых могло быть на острове? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.