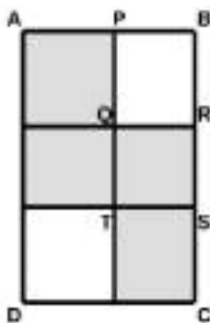


Открытая олимпиада школьников по математике

9 класс, 2016 год

1. Сколькими способами можно разбить прямоугольник 3×8 на уголки из трёх клеток?
2. На плоскости по клеточкам нарисовали три прямоугольника (не являющихся квадратами) и один квадрат $QRSC$ так, что в итоге получилась фигура, схематически изображённая на рисунке.



Известно, что площадь прямоугольника $ABCD$ равна 35 клеткам. Найдите, чему равна площадь закрашенной фигуры, если известно, что $AP < QR$.

3. Из карточек с буквами можно составить слово КАРАКАТИЦА. А сколько из этих карточек можно составить слов (не обязательно осмысленных), в которых буквы Р и Ц соседние?
4. Дан треугольник ABC с углом $C = 120^\circ$. Точка D — основание перпендикуляра, опущенного из точки C на сторону AB ; точки E и F — основания перпендикуляров, опущенных из точки D на стороны AC и BC соответственно. Найдите, чему равен периметр треугольника ABC , если известно, что треугольник EFC равнобедренный и его площадь равна $\sqrt{3}$.
5. Даны сто квадратных трёхчленов, все старшие коэффициенты которых различны. Оказалось, что графики любых двух из них имеют ровно одну общую точку. Докажите что графики всех трёхчленов имеют общую точку.
6. С числом, записанным на доске, разрешается выполнять одну из следующих операций:
 1. Заменить исходное число на разность числа, полученного из него отбрасыванием трёх последних цифр и числа, составленного из его трёх последних цифр (возможно, записанного в неправильной форме — с нулями в начале; разность берётся положительная — из большего числа вычитается меньшее).
 2. Если в исходном числе есть цифра, не равная 9, имеющая две соседние цифры, большие 0, можно увеличить эту цифру на 1, а соседние уменьшить на 1. Если в результате в числе на первом месте оказываются нули, они отбрасываются.

Изначально на доске было записано число из 98 восьмёрок. В конце осталось двузначное число. Какое именно?

7. Известно, что x, y, z, t неотрицательные числа, такие что $xyz = 1, y + z + t = 2$. Докажите, что $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \geq 3$.

8. Дан треугольник ABC , точка I — центр вписанной окружности, точка A_1 взята таким образом, что точка A является серединой отрезка AI . Докажите, что точка A_1 и центры вневписанных окружностей треугольника ABC лежат на одной окружности.