

## Открытая олимпиада школьников по математике

7 класс, 2016 год

1. Можно ли разрезать клетчатый квадрат  $8 \times 8$  по клеточкам на 7 фигур равного периметра?
2. Мальчик Вася посмотрел на часы и увидел там какое-то время с количеством часов, большим нуля. Увиденные цифры он прочитал как трёх- или четырёхзначное число (например 5:07 превратилось бы у него в 507). Затем он вычислил количество минут, прошедшее с полуночи. Могло ли получиться так, что первое полученное им число делится на второе?
3. У Ани было два треугольника, каждый из которых был составлен в точности из трех палочек натуральной длины. Затем из всех этих палочек сложили квадрат со стороной равной 5. Какие пары треугольников могли быть у Ани? Перечислите все возможные варианты и докажите, что других быть не могло.
4. На Острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды в комнате собралось  $n$  островитян.  
Первый из них сказал: «В точности каждый первый из присутствующих в этой комнате — лжец».  
Второй сказал: «В точности каждый второй из присутствующих в этой комнате — лжец».  
...  
Человек с номером  $n$  сказал: «В точности каждый  $n$ -й из присутствующих в этой комнате — лжец».  
Сколько человек могло быть в комнате?
5. Аня, Ваня, Даня, Саня и Таня собирали яблоки. Оказалось, что каждый из них собрал целое количество процентов от общего числа собранных яблок, причём все эти числа различны и больше нуля. Какое минимальное количество яблок могло быть собрано?
6. Число, записанное на доске, разрешается умножать на 5 или переставлять в нём цифры (нельзя ставить ноль на первое место). Можно ли из числа 1 таким образом получить стозначное число  $222 \dots 2225$ ?
7. Дан равносторонний треугольник  $ABC$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно. Докажите, что длина ломаной  $AEDC$  не меньше, чем  $2AB$ .
8. В таблице  $8 \times 8$  расставлены целые числа от 0 до 10 (естественно, числа могут повторяться, не обязательно все указанные числа встречаются). Известно, что в каждом прямоугольнике  $3 \times 2$  или  $2 \times 3$  сумма чисел равна 10. Найдите наименьшее возможное значение суммы чисел во всей таблице.