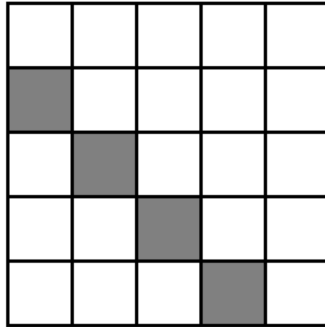


Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 8 класс, 2023 год

1. В клетках квадрата 5×5 стоят натуральные числа от 1 до 5 так, что в каждом столбце, каждой строке и каждой из двух главных диагоналей все числа различны. Может ли сумма чисел в клетках, закрашенных на рисунке, равняться 19?

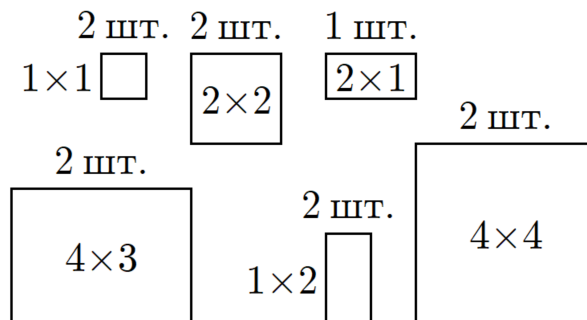


2. Где-то в океане есть остров Невезения, на котором расположены $2n$ городов, соединённых между собой дорогами так, что из каждого города выходит больше n дорог. Турист услышал в новостях, что какие-то два города пришлось закрыть на карантин, поэтому все дороги, ведущие к этим городам, были перекрыты. К сожалению, он не смог разобрать названия городов. Докажите, что турист, несмотря на перекрытия, всё ещё может доехать из любого незакрытого города в любой другой.

3. Решите уравнение: $[20x + 23] = 20 + 23x$. Напомним, что $[a]$ обозначает целую часть числа, то есть наибольшее целое число, не превосходящее a .

4. Дан четырёхугольник $ABCD$ с тупыми углами B и C . На диагоналях отмечены такие точки M и N , что $BM \parallel CD$, $CN \parallel AB$. Докажите, что $AD \parallel MN$.

5. Несколько лет назад в компьютерной игре «Майнкрафт» было 11 различных картин (см. рис.): одна горизонтальная размерами 2×1 , и по две штуки размерами 1×1 , 1×2 (вертикальные), 2×2 , 4×3 (горизонтальные) и 4×4 . Сколькими способами все 11 картин можно разместить на прямоугольной стене размером 12 блоков в длину и 6 в высоту? Картины не должны накладываться друг на друга; поворачивать их нельзя.



6. В Тридевятиом царстве 17 островов, на каждом из которых живут 119 человек. Жители царства делятся на две касты: рыцари, всегда говорящие правду, и лжецы, которые всегда лгут. Во время переписи населения каждого человека сперва спросили: «Не считая вас, на вашем острове живёт поровну рыцарей и лжецов?». Оказалось, что на 7 островах все ответили «Да», а на остальных все ответили «Нет». Затем каждого человека спросили: «Правда ли, что, считая вас, людей вашей касты меньше половины жителей острова?». На этот раз на каких-то 7 островах все ответили «Нет», а на остальных все ответили «Да». Сколько лжецов в царстве?