

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 7 класс, 2021 год

1. За один ход можно либо прибавить к числу одну из его цифр, либо вычесть из него одну из его цифр (например, из числа 142 можно получить $142 + 2 = 144$, $142 - 4 = 138$ и несколько других чисел).

а) Можно ли за несколько ходов получить из числа 2020 число 2021?

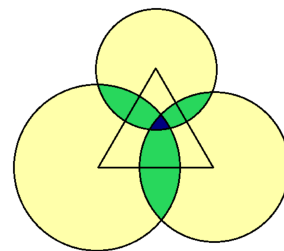
б) Можно ли за несколько ходов получить из числа 1000 число 2021?

2. Можно ли в выражении $A \cdot 5^n + B \cdot 3^{n-1} + C$ подобрать натуральные коэффициенты A , B и C так, чтобы ни один из них не делился на 8, но результат при любом натуральном n делился на 8?

3. Однажды Валера вышел из дома, дошёл пешком до дачи, покрасил там 11 досок забора и вернулся домой через 2 часа после выхода. В другой раз Валера с Ольгой пошли на дачу вместе, вдвоём покрасили 8 досок забора (не помогая и не мешая друг другу), вместе ушли и вернулись домой через 3 часа после выхода. Сколько досок успеет покрасить Ольга в одиночку, если ей надо вернуться домой через полтора часа после выхода? Физические способности Валеры и Ольги, их трудолюбие и условия работы неизменны.

4. В клетчатом прямоугольнике 20210×1505 провели две диагонали и покрасили все клетки, внутри которых они прошли. Сколько клеток оказалось закрашено?

5. На плоскости нарисован равносторонний треугольник и три окружности с центрами в его вершинах, причём радиус каждой из окружностей меньше высоты треугольника. Точка плоскости красится в жёлтый цвет, если она лежит внутри ровно одной из окружностей; в зелёный, если внутри ровно двух; в синий, если внутри всех трёх. Оказалось, что жёлтая площадь равна 1000, зелёная 100, а синяя — 1. Найдите площадь треугольника.



6. На слёт «Plants VS Zombies» приехали несколько растений и зомби (всего не больше 20 существ), причём оказалось, что все существа разного роста. Растения всегда говорят правду тем, кто ниже их по росту, и врут тем, кто выше их. Зомби же, наоборот, врут более низким существам и говорят правду более высоким. При знакомстве каждый участник подошел к каждому и сказал либо «Я выше тебя», либо «Я ниже». Фраза «Я ниже» прозвучала 20 раз. Прощаясь, каждый должен был снова подойти к каждому и сказать «Я выше и я растение». Если какое-то существо не могло так сказать, то оно хлопало в ладоши. Раздалось 18 хлопков. Вычислите, сколько существ приехало на слёт, и расставьте их по росту.