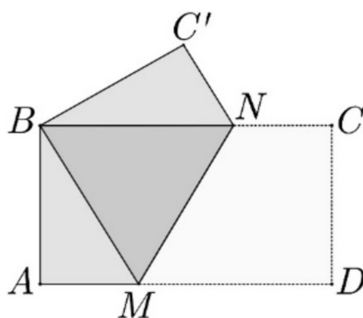


## Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

## Математика, 9 класс, 2020 год

1. Квадрат со стороной 12 см разрезали на три прямоугольника одинакового периметра. Чему же равен этот периметр?
2. Прямоугольник  $ABCD$  сложили вдоль линии  $MN$  так, что точки  $B$  и  $D$  совпали. Оказалось, что  $AD = AC'$ . Найдите соотношение сторон прямоугольника.



3. Произведение положительных чисел  $x, y, z, t$  равно 1. Докажите, что если

$$x + y + z + y > \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{t} + \frac{t}{x}, \quad \text{то} \quad x + y + z + t < \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{t}{z} + \frac{x}{t}.$$

4. На одной конференции встретились известный ученый Франсуа и трое его не менее известных друзей: Карл, Рене и Леонард.

Франсуа, помимо своих научных достижений, известен ещё и тем, что является отцом нескольких детей, которые все родились в разные годы, но все в одну и ту же дату. Друзья заинтересовались, сколько лет каждому из детей, на что Франсуа дал им задачу. «Произведение возрастов моих детей, — сказал он, — как раз равно сумме дня и месяца их рождения. Сейчас я сообщу Карлу количество моих детей, Рене — месяц рождения, а Леонарду — день рождения, и попробуйте угадать, сколько им лет». После этого он шепнул на ухо друзьям указанную информацию.

Немного подумав, Карл воскликнул, что он точно знает возраст двоих детей Франсуа. «Ну тогда мы все понимаем, сколько детей, и сколько лет двум из них. Но я всё ещё не могу понять возраст остальных», — ответил Леонард. Рене тут же заметил: «А вот мне известен возраст всех детей, кроме самого старшего». После этого Леонард заключил, что теперь ему и, следовательно, всем троим точно известны возрасты всех детей. Сколько же у Франсуа детей и сколько лет каждому из них?

5. У каждой из двух сестёр в кармане от 1 до 1000 конфет. Папа по очереди задаёт сёстрам (то одной, то другой) вопросы, на которые можно ответить «да» или «нет». Он хочет, задав не более чем по 6 вопросов каждой из сестёр, выяснить, верно ли, что вместе у них больше 1000 конфет. При этом ни одна из девочек не знает, сколько конфет в кармане у другой, поэтому каждую сестру можно спрашивать только об её конфетах. Придумайте, как папе добиться цели.

6. При каком наибольшем  $n$  множество  $\{2, 3, 4, \dots, n\}$  можно так покрасить в синий и красный цвета, чтобы произведение двух любых (в том числе одинаковых) чисел одного цвета имело другой цвет?