

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 10 класс, 2019 год

1. Мотоциклист выехал из пункта A с начальной скоростью 90 км/ч, равномерно ее увеличивая (то есть за одинаковые промежутки времени его скорость увеличивается на одинаковую величину). Через три часа мотоциклист прибыл в пункт B , по дороге проехав через C . После этого он развернулся и, по-прежнему равномерно увеличивая скорость, поехал обратно. Еще через два часа он проехал мимо пункта C со скоростью 110 км/ч и продолжил движение в A . Найдите расстояние между пунктами A и C .

2. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ $\angle A = 60^\circ$, а остальные углы равны между собой. Известно, что $AB = 6$, $CD = 4$, $EA = 7$. Найдите расстояние от точки A до прямой CD .

3. Докажите, что для всех положительных чисел a и b выполняется неравенство

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018}.$$

4. На плоскости отмечены пять точек, любые три из которых образуют треугольник площади не меньше 2. Докажите, что найдутся 3 точки, образующие треугольник площади не меньше 3.

5. Натуральное число n назовём *кубоватым*, если $n^3 + 13n - 273$ является кубом натурального числа. Найдите сумму всех кубоватых чисел.