

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»**Математика, 7 класс, 2018 год**

1. Сколько есть способов разрезать квадрат 10×10 по клеткам на несколько прямоугольников, сумма периметров которых равна 398? Способы, совмещаемые поворотом или переворотом, считаются различными.
2. Петя и Вася играют в игру. У них есть полоска из 9 клеток. Каждым ходом игрок вписывает любую цифру в любую свободную клетку. Ходят по очереди, начинает Петя. Если в конце игры полученное число окажется точным квадратом, то выигрывает Петя, иначе — Вася. При этом они считают, что число может начинаться с одного или нескольких нулей. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
3. Вера заносит свои знания по планиметрии в таблицы, строки которых соответствуют фигурам, а столбцы — свойствам. Если фигура обладает нужным свойством, то на пересечении строки и столбца пишется 1, а в противном случае — 0. В одной из таблиц 4×4 оказалось, что в каждой строке и каждом столбце ровно по одному нулю. Известно, что первый столбец соответствует свойству «есть острый угол», а второй — свойству «есть равные стороны». Подберите ещё два свойства, а для строк — два треугольника и два четырёхугольника, чтобы получить нужную расстановку нулей и единиц.
4. В 100 пакетах лежат 2018 конфет, причём нет двух пакетов с одинаковым числом конфет и нет пустых пакетов. При этом некоторые пакеты могут лежать в других пакетах (тогда считается, что конфета, лежащая во внутреннем пакете, лежит и во внешнем). Докажите, что в каком-то пакете есть пакет с пакетом внутри.
5. В каждую клетку таблицы 10×10 записали натуральное число. Потом закрасили каждую из клеток, для которой выполняется свойство: число, написанное в этой клетке, меньше одного из своих соседей, но больше другого соседа. (Два числа называются соседями, если они стоят в клетках с общей стороной.) В результате незакрашенными остались только две клетки. Какова минимально возможная сумма чисел в этих двух клетках?