

# Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2024/25 год, первый отборочный тур

1. Квантовый компьютер расходует 1 кВт/ч электроэнергии на каждую сделанную им операцию умножения или сложения. При этом он умеет хранить результаты промежуточных действий. Докажите, что для любых пяти хранящихся в компьютере чисел  $a, b, c, d, e$  можно найти сумму

$$ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de,$$

затратив не более 10 кВт/ч.

2. Дано натуральное число  $n$ .  $n$ -Операция состоит в прибавлении к натуральному числу его остатка от деления на  $n$ . При каких натуральных  $n$ , больших 1, из каждого натурального числа за несколько  $n$ -операций получается число, кратное  $n$ ?

3. Вершина  $C$  равнобедренной трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) лежит на основании  $AE$  прямоугольного равнобедренного треугольника  $ADE$ . Докажите, что прямая  $CD$  перпендикулярна прямой  $BE$ .

4. При каком наименьшем  $k$  на числовой прямой можно отметить  $k$  точек таким образом, чтобы для каждого натурального числа  $n$  от 1 до 100 нашлись две отмеченные точки, расстояние между которыми равно  $2^n$ ?

5. В белой таблице размером  $100 \times 100$  клеток окрашено в красный цвет  $N$  ( $N > 0$ ) клеток таким образом, что количество красных клеток в любой фигуре, образованной объединением столбца и строки таблицы, делится на 3. Чему может быть равно  $N$ ?