

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2023/24 год, второй отборочный тур

1. За круглым столом сидят n человек: рыцарей, всегда говорящих правду, и лжецов, которые всегда лгут. Каждый из них знает про остальных, кто рыцарь, а кто — лжец. Журналист задал каждому из сидящих вопрос: «Кто ваш правый сосед, рыцарь или лжец?», и от каждого получил либо ответ «рыцарь», либо ответ «лжец». Журналисту было известно, что лжецов за столом ровно 8. Но все равно оказалось, что по полученным ответам невозможно точно установить, кто из сидящих — лжецы. Чему могло быть равно n ?
2. У натурального числа стерли две последние цифры и полученное число прибавили к исходному. Могло ли в сумме получиться число $101^{50} - 1$?
3. На продолжении основания AC равнобедренного треугольника ABC за вершину A выбрана точка K , а на боковой стороне AB — точка L так, что $KL = LC$. Оказалось, что $KA = LB$. Найдите угол ABC .
4. Петя, Вася и Коля бежали по кольцевой дорожке с постоянными скоростями в одном направлении. Они стартовали одновременно и из одной точки. Петя впервые обогнал Васю на своем четвертом круге (то есть пробежав больше трех кругов, но еще не закончив четвертый), а Колю — на своем седьмом круге. Докажите, что Коля впервые обогнал Васю раньше, чем пробежал десять кругов.
5. Вася отметил невидимыми чернилами одну из клеток таблицы размером 5×5 клеток. Разрешается выделить в таблице четыре идущих подряд по горизонтали или вертикали клетки и спросить у Васи, есть ли среди них отмеченная. Каждый следующий вопрос задается после ответа на предыдущий. За какое наименьшее количество таких вопросов можно наверняка определить отмеченную клетку?