

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2021/22 год, третий отборочный тур

1. Петя и Вася пробежали одну и ту же дистанцию. Вася бежал вдвое быстрее Пети, но стартовал на минуту позже, и Петя пришёл к финишу первым. Докажите, что Петя пробежал дистанцию меньше чем за две минуты.

2. За круглым столом сидели 99 человек, все разного роста. Каждый честно ответил на два вопроса:

1. «Вы выше, чем ваш сосед справа?»

2. «Вы выше, чем оба ваших соседа — справа и слева?»

Какое наибольшее количество ответов «Да» могло быть дано?

3. Два числа таковы, что их сумма, сумма их квадратов и сумма их кубов равны одному и тому же числу m . Докажите, что сумма четвёртых степеней этих чисел тоже равна m .

4. В треугольнике ABC провели биссектрису BE и серединный перпендикуляр m к стороне AB . Оказалось, что $BE = EC$, а прямая m пересекает сторону BC . Докажите, что угол C меньше 36 градусов.

5. Из нечётных натуральных чисел от 1 до 47 составили 12 дробей, меньших 1, используя каждое число по одному разу. Получившиеся дроби разбили на группы равных между собой. Какое наименьшее количество групп могло получиться?