

# Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2021/22 год, второй отборочный тур

1. В 9:00 в путь отправился пешеход. Через час вслед ему из того же начального пункта выехал велосипедист. В 10:30 он догнал пешехода и поехал дальше, но через некоторое время велосипед сломался. Закончив ремонт, велосипедист поехал вслед пешеходу дальше и в 13:00 снова догнал его. Сколько минут занял ремонт? (Скорость пешехода постоянна, и он двигался без остановок, скорость велосипедиста тоже постоянна, и он двигался с единственным перерывом на ремонт.)

2. Можно ли отметить несколько клеток в таблице  $9 \times 9$ , чтобы в любых двух соседних строках таблицы было отмечено не меньше 6 клеток, а в любых двух соседних столбцах — не больше 5 клеток?

3.  $ABCD$  — выпуклый четырёхугольник, где  $AB = 7$ ,  $BC = 4$ ,  $AD = DC$ ,  $\angle ABD = \angle DBC$ . Точка  $E$  на отрезке  $AB$  такова, что  $\angle DEB = 90^\circ$ . Найдите длину отрезка  $AE$ .

4. Докажите, что если прямые

$$y = kx + m, \quad y = mx + n \quad \text{и} \quad y = nx + k$$

на координатной плоскости имеют общую точку, то они совпадают.

5. Даны натуральные числа  $a$  и  $b$  ( $a > 1$ ), причём  $b$  делится на  $a^2$ . Кроме того, любой делитель числа  $b$ , меньший, чем  $\sqrt{a}$ , является также делителем числа  $a$ . Докажите, что у числа  $a$  не более трех различных простых делителей.