

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2021/22 год, первый отборочный тур

1. В зашифрованном равенстве

$$АБ + АБ + АБ + АБ + АБ + АБ + АБ + АБ + АБ = ААБ$$

цифры заменены буквами: одинаковые цифры — одной и той же буквой, а разные — разными буквами. Найдите все возможные расшифровки.

2. Дан треугольник ABC , в котором $AB = BC$. На стороне BC нашлась такая точка D , что $CD = AC$. Точка E на луче DA такова, что $DE = AC$. Какой отрезок длиннее — EC или AC ?

3. Натуральные числа n ($n > 1$) и k таковы, что для любого натурального делителя d числа n хотя бы одно из чисел

$$d + k \quad \text{и} \quad d - k$$

также является натуральным делителем числа n . Докажите, что число n — простое.

4. Существуют ли такие положительные числа a, b, c , что

$$a + b + c = ab + ac + bc = abc?$$

5. Стороны 100 одинаковых равносторонних треугольников покрашены в 150 цветов так, что в каждый цвет покрашены ровно две стороны. Если приложить два треугольника одноцветными сторонами, то полученный ромб будем называть **хорошим**. Петя хочет сложить из этих треугольников как можно больше хороших ромбов, причем каждый треугольник должен входить не более, чем в один ромб. Какое наибольшее количество хороших ромбов может гарантировать себе Петя независимо от способа раскраски треугольников?