

# Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2020/21 год, второй отборочный тур

1. Даны положительные числа  $a$  и  $b$ , удовлетворяющие условию

$$a^3 + ab - b^3 = (a + b)^2.$$

Чему может быть равна разность  $a - b$ ?

2. В стране Анчурии провели выборы президента. По всем избирательным участкам была разослана директива, что действующий президент Мирафлорес на каждом участке должен набрать более 95% голосов. Для этого на всех участках выбрали ближайшее кратное 100 число, большее количества избирателей на этом участке, после чего отсчитали 95% от этого числа и записали в протокол как проголосовавших за Мирафлореса. После подсчёта по всем участкам оказалось, что Мирафлорес набрал более 100% голосов. Докажите, что на каком-то участке было менее 2020 избирателей.

3. В автобусе ехали мужчины и женщины, всего 32 человека. Каждый из пассажиров знаком ровно с одним мужчиной и ровно с одной женщиной из остальных.  $N$  пассажиров одновременно узнали некоторую новость. Далее каждую минуту новость узнавал от кого-то из своих знакомых ещё один пассажир, причём если это была женщина, то новость в этот момент уже знали оба её знакомых. Через несколько минут оказалось, что новость знают все пассажиры. При каком наименьшем  $N$  такое могло случиться?

4.  $АН$  — высота равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB = BC$ ).  $НК$  — высота треугольника  $АНВ$ . Оказалось, что  $4НК = АВ$ . Чему могла быть равна градусная мера угла  $ABC$ ? Принимаются только ответы, данные в виде целых чисел или десятичных дробей.

5. У Васи есть 20 гирь, среди которых нет трёх, равных по весу. Он может разложить эти все гири как на 10, так и на 11 куч с равными весами. Докажите, что у Васи найдутся две гири, веса которых различаются ровно в 4 раза.