

## Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2017/18 год, третий отборочный тур

1. Винтик и Шпунтик смастерили машину «Тяни-толкай», которая едет вперед на сиропчике с расходом топлива 3 л/км, а назад — на апельсиновом соке с расходом топлива 5 л/км. Выехав из дома, они вели машину по очереди. Винтик проехал за рулём в обе стороны 12 км. Шпунтик ехал вперед вдвое меньше, чем Винтик, а назад проехал вдвое больше, после чего имевшиеся 75 литров топлива закончились. Сколько километров Винтику и Шпунтику придется возвращаться домой пешком?

2. Натуральное число заканчивается на ноль, а наибольший из его делителей, не равных ему самому, является степенью простого числа. Найдите предпоследнюю цифру этого числа.

3. В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$   $AB$  параллельно  $DE$ ,  $CD = DE$ ,  $CE$  перпендикулярно  $BC$  и  $AD$ . Докажите, что прямая, проходящая через  $A$  параллельно  $CD$ , прямая, проходящая через  $B$  параллельно  $CE$ , и прямая, проходящая через  $E$  параллельно  $BC$ , пересекаются в одной точке.

4. В городе лжецов и рыцарей 366 жителей, все родились в разные дни високосного года. Все жители города ответили на два вопроса.

- На вопрос «Вы родились в феврале?» утвердительно ответили 100 человек,
- а на вопрос «Вы родились 30-го числа?» утвердительно ответили 60 человек.

Сколько рыцарей родилось в феврале?

5. В некоторые клетки доски  $8 \times 8$  вписаны треугольники, у которых одна сторона совпадает со стороной клетки, а третья вершина лежит на противоположной стороне клетки. У треугольников нет общих точек. Каково наименьшее возможное число пустых клеток?