

## Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2017/18 год, первый отборочный тур

1. На доске выписаны в ряд все натуральные числа от 1 до 2018:

$$1, 2, 3, \dots, 2018.$$

Найдите среди них какие-нибудь два, после стирания которых сумма всех чисел, стоящих между стёртыми, оказалась вдвое меньше суммы всех остальных не стёртых чисел?

2. В треугольнике  $ABC$  провели биссектрису  $BD$ , а в треугольниках  $ABD$  и  $CBD$  — биссектрисы  $DE$  и  $DF$  соответственно. Оказалось, что  $EF \parallel AC$ . Найдите угол  $DEF$ .

3. Для каждой пары **различных** натуральных чисел  $a$  и  $b$ , не больших 20, Петя нарисовал на доске прямую  $y = ax + b$  (то есть он нарисовал прямые

$$\begin{aligned} & y = x + 2, \quad \dots, \quad y = x + 20, \\ & y = 2x + 1, \quad y = 2x + 3, \quad \dots, \quad y = 2x + 20, \\ & y = 3x + 1, \quad y = 3x + 2, \quad y = 3x + 4, \quad \dots, \quad y = 3x + 20, \\ & \dots, \\ & y = 20x + 1, \quad \dots, \quad y = 20x + 19). \end{aligned}$$

Вася нарисовал на той же доске окружность радиуса 1 с центром в начале координат. Сколько Петиних прямых пересекает Васину окружность?

4. Квадрат со стороной 100 разрезали на квадраты (не обязательно одинаковые) со сторонами, параллельными сторонам исходного квадрата и меньшими 10. Докажите, что сумма периметров получившихся квадратов не меньше 4400.

5. На каждой из пяти карточек написано какое-то число. Карточки лежат на столе числами вниз. Мы можем, заплатив рубль, указать на любые три карточки, и нам сообщат сумму написанных на них чисел. За какую наименьшую цену можно наверняка узнать сумму всех пяти чисел?