

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2016/17 год, третий отборочный тур

1. Учительница нарисовала на доске прямоугольник $ABCD$. Ученик Петя разделил этот прямоугольник на две прямоугольника прямой, параллельной стороне AB . Оказалось, что площади этих частей относятся как $1 : 2$, а периметры как $3 : 5$ (в том же порядке). Ученик Вася разделил этот прямоугольник на две части прямой, параллельной стороне BC . Площади новых частей тоже относятся как $1 : 2$. Как относятся их периметры?

2. В треугольнике ABC на стороне BC взята точка K . KM и KP — это биссектрисы треугольников AKB и AKC соответственно. Оказалось, что диагональ MK делит четырёхугольник $BMPK$ на два равных треугольника. Докажите, что M — середина AB .

3. Решите ребус

$$УХА = \text{НОК}(УХ, УА, ХА).$$

Здесь $У, Х, А$ — три различные цифры. Двухзначные и трёхзначные числа не могут начинаться с нуля. Напомним, что НОК нескольких натуральных чисел — наименьшее натуральное число, делящееся на каждое из них.

4. Двадцать восемь лямзиков весами 2, 3, 4 и 5 кг (по 7 лямзиков каждого веса) переправились через реку на вёсельной лодке, выдерживающей вес 10 кг. Известно, что каждый лямзик грёб не более двух раз. Докажите, что грести пришлось не менее чем 12 лямзикам. У лодки один гребец, без гребца лодка плыть не может.

5. Петя отмечает на плоскости четыре точки так, чтобы их все нельзя было зачеркнуть двумя параллельными прямыми. Из прямых, проходящих через пары точек, Вася выбирает две, измеряет угол между ними и платит Пете сумму, равную градусной мере угла. Какую наибольшую сумму может гарантировать себе Петя?