

**Олимпиада им. Леонарда Эйлера****2016/17 год, второй отборочный тур**

1. Есть ли у числа  $1 \dots 1$  (1000 единиц) десятизначный делитель, все цифры которого различны?

2. Положительные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что

$$a^2 < b \quad \text{и} \quad b^2 < c \quad \text{и} \quad c^2 < a.$$

Докажите, что все три числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  меньше 1.

3. В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ )

$$AD = 2, \quad BC = 1, \quad \angle ABD = 90^\circ.$$

Найдите сторону  $CD$ .

4. Докажите, что число

$$12345678987654321^2 \cdot 987654321012345679^2 + (12345678987654321^2 + 987654321012345679^2) \cdot 10^{36}$$

является квадратом целого числа.

5. Известно, что среди 100 шаров ровно 51 радиоактивный. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка (а если хотя бы один из двух шаров не радиоактивен, то не загорится). Можно ли найти все радиоактивные шары, используя прибор не более 145 раз?