

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2015/16 год, третий отборочный тур

1. На берегах озера по кругу стоит 5 пристаней, на каждой человек, у одного из них одноместная лодка. Люди с соседних пристаней в ссоре, и встречаться друг с другом не хотят. Как каждому из них перебраться на соседнюю по часовой стрелке пристань, если передвигаться можно только по озеру?

2. В марсианском парламенте заседают депутаты трёх партий: «Гласные», «Согласные» и «Шипящие» — по 50 депутатов от каждой партии. На голосование был поставлен проект закона «О реконструкции марсианских каналов». После голосования

- по 30 депутатов от каждой партии сказали, что они проголосовали «за»,
- по 10 сказали, что проголосовали против,
- а остальные сказали, что воздержались.

Известно, из «согласных» депутатов сказали правду те и только те, кто поддержал законопроект, из «гласных» — те и только те, кто проголосовал против, а из «шипящих» — воздержавшиеся. Законопроект считается принятым, если за него подано не менее 50% голосов. Был ли принят законопроект?

3. В треугольнике ABC угол C в 2 раза больше угла B , CD — биссектриса. Из середины M стороны BC опущен перпендикуляр MH на отрезок CD . На стороне AB нашлась такая точка K , что KMH — равносторонний треугольник. Докажите, что точки M , H и A лежат на одной прямой.

4. На доске написали 10 натуральных чисел. Если отметить любые три из написанных чисел, то сумма всех трёх будет делиться на два числа из этой тройки. Докажите, что среди написанных чисел есть равные.

5. Существуют ли такие два числа, что первое больше второго в 2016 раз, а сумма его цифр меньше суммы цифр второго в 2016 раз?