

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2015/16 год, второй отборочный тур

1. Фома и Ерёма шли с постоянными скоростями в одном направлении по дороге, вдоль которой стоят километровые столбы. За час Фома прошёл мимо пяти столбов, а Ерёма — мимо шести. Могла ли скорость Фомы быть больше скорости Ерёмы?

2. В комнате собрались три человека. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт, либо хитрец, который может и говорить правду и лгать по своему желанию.

- Один из собравшихся сказал: «Среди нас есть лжец».
- Другой сказал: «Среди любых двух из нас есть лжец».
- Третий сказал: «Все мы — лжецы».

Докажите, что среди собравшихся есть хитрец.

3. Могут ли медиана и биссектриса, проведенные из вершины A остроугольного треугольника ABC , делить высоту BH этого треугольника на три равные части?

4. Вася задумал шесть натуральных чисел: a, b, c, d, e, f . За рубль можно указать любые два из них и узнать их произведение. Пете известно, что любые два из задуманных чисел взаимно просты (то есть не имеют общих делителей, больших 1). За какую наименьшую сумму он сможет узнать все задуманные числа?

5. Игорь хочет вырезать из клетчатого квадрата размером 11×11 17 клетчатых прямоугольников размером 1×6 . Можно ли отметить в квадрате одну клеточку так, чтобы она наверняка осталась не вырезанной, как бы Игорь ни старался?