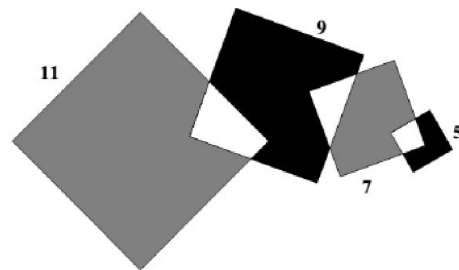


Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2015/16 год, первый отборочный тур

1. Квадраты со сторонами 11, 9, 7 и 5 расположены примерно так, как на рисунке. Оказалось, что площадь серых частей в два раза больше, чем площадь черных частей. Найдите площадь белых частей.



2. В подводном царстве живут осьминоги, у которых может быть 6, 7 или 8 ног. Те, у которых по 7 ног, всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. При встрече четверых осьминогов

- Синий сказал: «у нас на всех в сумме 25 ног»,
- Зеленый возразил: «нет, всего ног 26»,
- Красный сказал, что в сумме ног 27,
- а Жёлтый — что 28.

Сколько ног в реальности у каждого из осьминогов?

3. В треугольнике ABC точка M — середина AC , кроме того,

$$BC = 2AC/3 \quad \text{и} \quad \angle BMC = 2\angle ABM.$$

Найдите отношение AM/AB .

4. Из клетчатого квадрата со стороной 2015 вырезали по клеточкам несколько квадратов со стороной 10. Докажите, что из оставшейся части большого квадрата можно вырезать:

- а) один прямоугольник со сторонами 1 и 10;
- б) пять прямоугольников со сторонами 1 и 10.

5. Известно, что и сумма и произведение двух натуральных чисел a и b — квадраты натуральных чисел. Докажите, что число $|16a - 9b|$ — не простое.