

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2014/15 год, второй отборочный тур

1. Одно из чисел a, b, c положительно, одно — отрицательно, одно — равно 0. Определите, какое из чисел положительно, какое — отрицательно, и какое равно 0, если известно, что

$$ab^2(a+c)(b+c) < 0.$$

2. В треугольнике ABC провели биссектрису BD , в треугольнике BDC — биссектрису DE , а в треугольнике DEC — биссектрису EF . Оказалось, что прямые BD и EF параллельны. Докажите, что угол ABC вдвое больше угла BAC .

3. Вася написал на 99 карточках по одному числу (среди этих чисел могли быть и равные) и положил карточки по кругу числами вниз. Для каждой пары соседних карточек он сообщил Пете, какие числа написаны на этих карточках, но не сообщил, какое число на какой карточке. Мог ли Вася подобрать числа так, чтобы Петя не смог по этим данным наверняка выяснить про каждую карточку, какое число на ней написано?

4. Перед тем, как приступить к решению задачи, Коля посмотрел на часы. Был второй час дня. Потратив на решение ровно час, Коля снова посмотрел на часы и заметил, что угол между часовой и минутной стрелками остался прежним. Когда Коля начал решать задачу?

5. Какое наименьшее количество различных чисел можно выбрать таким образом, чтобы каждое выбранное число равнялось сумме каких-то трёх других различных выбранных чисел?