

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2014/15 год, первый отборочный тур

1. Найдите три несократимых дроби с числителями и знаменателями, не равными 1, сумма которых — целое число, и сумма дробей, обратных к ним — тоже целое число.
2. Из натуральных чисел от 1 до 25 Даша выбрала шесть таких, что разность любых двух выбранных чисел кратна 4. Какое наибольшее количество простых чисел могла выбрать Даша?
3. В треугольнике ABC проведена медиана BM . Известно, что $\angle ABM = 40^\circ$, а $\angle CBM = 70^\circ$. Найдите отношение $AB : BM$.
4. Различные неотрицательные числа a, b, c таковы, что

$$a^2 + b^2 = c^2 + ab.$$

Докажите, что $c^2 + ab < ac + bc$.

5. Клетки квадрата $n \times n$ раскрашены в черный и белый цвет с таким условием, что никакие четыре клетки, находящиеся на пересечении двух строк и двух столбцов, не могут быть все одного цвета. Каково наибольшее возможное значение n ?