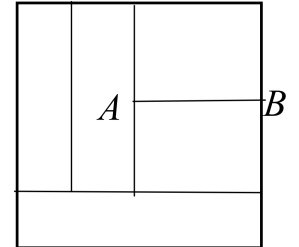


Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2013/14 год, второй отборочный тур

1. Квадрат разрезан на прямоугольники равной площади так, как показано на рисунке. Найдите площадь квадрата, если отрезок AB равен 1.



2. Среднее арифметическое нескольких подряд идущих натуральных чисел больше, чем самое маленькое из них, в 5 раз. Во сколько раз среднее арифметическое меньше, чем наибольшее из этих чисел?

3. В коробке лежат шарики 10 цветов. Известно, что можно вынуть из коробки 100 шариков так, чтобы в ней шариков всех 10 цветов осталось поровну. Докажите, что в коробку можно добавить 900 шариков так, чтобы в ней шариков всех цветов стало поровну.

4. Внутри угла BAC , равного 45° , взята точка D так, что каждый из углов ADB и ADC равен 45° . Точки D_1 и D_2 симметричны точке D относительно прямых AB и AC соответственно. Докажите, что точки D_1 , D_2 , B и C лежат на одной прямой.

5. В стране Думуляндии из каждого города выходило ровно 10 дорог, каждая дорога соединяла ровно два города. При этом сеть дорог была связной, то есть из любого города можно было добраться по дорогам до любого другого, возможно, через другие города. Но во время наводнения затопило два города, соединенные дорогой, после чего эта связность нарушилась (так как через затопленные города ездить нельзя). Докажите, что до наводнения можно было закрыть 9 дорог так, чтобы связность сети дорог также нарушилось.