

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2013/14год, первый отборочный тур

1. Дана дробь $\frac{2}{3}$. Разрешается много раз выполнять следующие операции:

- прибавлять 2013 к числителю
- или прибавлять 2014 к знаменателю.

Можно ли с помощью только этих операций получить дробь, равную $\frac{3}{5}$?

2. Клетчатый прямоугольник со сторонами 629 и 630 разрезан на несколько квадратов (все разрезы идут по линиям сетки). Какое наименьшее число квадратов с нечетной стороной может оказаться в таком разбиении? Не забудьте объяснить, почему в разбиении не может получиться меньшее число квадратов с нечетной стороной.

3. Сумасшедший конструктор создал часы с 150 стрелками.

- Первая стрелка крутится со скоростью один оборот в час,
- вторая делает 2 оборота в час,
- ...,
- 150-я стрелка делает 150 оборотов в час.

Часы запустили из положения, когда все стрелки смотрели строго вверх. Когда в процессе работы часов встречаются две или более стрелки, эти стрелки немедленно отваливаются. Через какое время после запуска отвалится стрелка, вращающаяся со скоростью 74 оборота в час?

4. На выборах в Солнечном Городе можно было проголосовать за Винтика, Шпунтика или Кнопочку. После оглашения результатов оказалось, что все кандидаты набрали в сумме 146% голосов. Считавший голоса Незнайка объяснил, что по ошибке подсчитал процент голосов за Винтика не от общего числа проголосовавших, а лишь от числа голосовавших за Винтика или Шпунтика (остальные проценты он подсчитал правильно). Известно, что за Шпунтика проголосовало больше 1 000 избирателей. Докажите, что Винтик набрал больше 850 голосов.

5. Диагонали AD и BE выпуклого пятиугольника $ABCDE$ пересекаются в точке P . Известно, что

$$AC = CE = AE, \quad \angle APB = \angle ACE \quad \text{и} \quad AB + BC = CD + DE.$$

Докажите, что $AD = BE$.