

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2012/13 год, четвёртый отборочный тур

1. Из квадрата вырезали меньший квадрат, одна из сторон которого лежит на стороне исходного квадрата. Периметр полученного восьмиугольника на 40% больше периметра исходного квадрата. На сколько процентов его площадь меньше площади исходного квадрата?
2. Имеется три последовательных чётных числа. У первого из них нашли наибольший чётный собственный делитель, у второго — наибольший нечётный собственный делитель, у третьего — опять наибольший чётный собственный делитель. Может ли сумма трёх полученных делителей быть равна 2013? (Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и этого числа.)
3. В параллелограмме $ABCD$ со стороной $AB = 1$ точка M — середина стороны BC , а угол AMD составляет 90 градусов. Найдите сторону BC .
4. Шарик и Матроскин ходят на лыжах по кольцевой трассе, половина которой представляет собой подъем в гору, а половина — спуск с горы. На подъёме их скорости одинаковы и вчетверо меньше их скоростей на спуске. Минимальное отставание Шарика от Матроскина равно 4 км, а максимальное — 13 км. Найдите длину трассы.
5. В стране лжецов и рыцарей (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут) десяти людям выдали различные числа от 1 до 10.
 - Потом каждого спросили: «Делится ли ваше число на 2?» Утвердительный ответ дали 3 человека.
 - На вопрос «Делится ли ваше число на 4?» утвердительный ответ дали 6 человек.
 - На вопрос «Делится ли ваше число на 5?» утвердительно ответили 2 человека.

Какие числа получили лжецы?