

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2012/13 год, третий отборочный тур

1. Перед распродажей ложка и вилка стоили одинаково. На распродаже цену ложки уменьшили на 1 рубль, а цену вилки — в 10 раз. Могло ли случиться, что ложка на распродаже продавалась дешевле вилки?

2. Найдите все такие тройки чисел m, n, k , что каждое из уравнений

$$mx^2 + n = 0, \quad nx^2 + k = 0 \quad \text{и} \quad kx^2 + m = 0$$

имеет хотя бы одно решение.

3. В 1001 году на багдадском базаре ковёр-самолёт стоил 1 динар. Затем в течение 99 лет он каждый год, кроме одного, дорожал на 1 динар, а в один год подорожал в 3 раза. Мог ли в 1100 году такой же ковёр-самолёт стоить 152 динара?

4. Точка D лежит внутри треугольника ABC . Может ли случиться, что

- самая короткая сторона треугольника BCD равна 1,
- самая короткая сторона треугольника ACD равна 2,
- а самая короткая сторона треугольника ABD равна 3?

5. Шестизначное число N совпадает с каждым из пяти шестизначных чисел A, B, C, D, E в трёх разрядах. Докажите, что среди чисел A, B, C, D, E найдутся два, совпадающие по крайней мере в двух разрядах.