

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2010/11 год, третий отборочный тур

1. Найдите все пятизначные числа, у которых вторая цифра вдесятеро больше первой, а произведение всех пяти цифр равно 1000.

2. Числа a , b и c таковы, что

$$a > b \quad \text{и} \quad (a - b)(b - c)(c - a) > 0.$$

Что больше: a или c ?

3. Двое по очереди проводят на плоскости прямые, причем дважды одну прямую проводить нельзя. Выигрывает тот, после хода которого число кусков, на которые плоскость разбита проведенными прямыми, впервые разделится на 5. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его партнер, и как ему для этого надо играть?

4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка E , а на биссектрисе BD — точка F таким образом, что $EF \parallel AC$ и $AF = AD$. Докажите, что $AB = BE$.

5. В футбольном турнире, где каждая команда по одному разу сыграла с каждой, участвовали команды А, Б, В, Г, Д и Е. За победу команда получала 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. В итоге оказалось, что команды А, Б, В, Г и Д набрали по 7 очков. Какое наибольшее количество очков могла набрать команда Е?