

## Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2009/10 год, третий отборочный тур

1. Написали два числа — первое и второе. К первому прибавили второе — получили третье, ко второму прибавили третье — получили четвертое и т. д. Сумма первых шести чисел равна 2008. Чему равно пятое число?
2. Из четырех внешне одинаковых монет три — настоящие и весят одинаково, а четвертая — фальшивая, и ее вес отличается от веса настоящей. Имеются весы, на которых можно определить точный вес двух или большего числа монет. Точный вес одной монеты определить нельзя. Как за 4 взвешивания найти фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее, чем настоящие?
3. В прямоугольном треугольнике высота, опущенная на гипотенузу, вчетверо короче гипотенузы. Найдите острые углы треугольника.
4. Между пунктами  $K$  и  $M$  через озеро  $B$  курсируют с равными постоянными скоростями несколько паромов. Каждый паром стоит в каждом из пунктов столько же времени, сколько тратит на переправу. Путешественник заметил, что паромы отправляются из каждого пункта через равные промежутки времени, а его паром отправился ровно в тот момент, когда к одному из соседних причалов прибыл паром с другого берега. Докажите, что число курсирующих на переправе паромов делится на 4.
5. На доске нарисовали 8 непересекающихся кругов и от каждого провели по стрелке к тем из остальных семи, которые не больше него. Всего получилось 33 стрелки. Докажите, что среди нарисованных на доске кругов есть три равных.