

## Олимпиада им. Леонарда Эйлера

### 2008/09 год, четвёртый отборочный тур

1. Длину прямоугольника уменьшили на 10%, а ширину уменьшили на 20%. При этом периметр прямоугольника уменьшился на 12%. На сколько процентов уменьшится периметр прямоугольника, если его длину уменьшить на 20%, а ширину уменьшить на 10%?

2. В каждой клетке квадрата  $3 \times 3$  записано натуральное число. При этом все числа попарно различны и отличны от единицы. Известно, что число, записанное в каждой из клеток, является делителем произведения всех чисел, стоящих в клетках, соседних с ней по стороне. Найдите наибольшее возможное значение количества простых чисел среди выписанных.

3. Могут ли расстояния от точки плоскости до вершин некоторого квадрата быть равными

$$1, \quad 1, \quad 2 \quad \text{и} \quad 3?$$

4. В кофейне встретились 55 индийцев и турок, каждый из которых пил чай либо кофе. Все индийцы говорят правду, когда пьют чай и обманывают, когда пьют кофе, а все турки — наоборот.

- На вопрос «Вы пьете кофе?» ответили «да» 44 человека,
- на вопрос «Вы турок?» — 33 человека,
- а с утверждением «На улице идет дождь» согласилось 22 человека.

Сколько индийцев в кофейне пьют чай?

5. Каждая из сторон треугольника разбита на 2008 равных частей. Через каждую точку деления проведены прямые, параллельные двум другим сторонам, в результате чего треугольник разбился на равные треугольные поля. **Строкой** будем называть ряд полей, заключенных между двумя соседними параллельными прямыми, либо единственное поле, стоящее при вершине треугольника. Петя и Вася ставят по очереди в одно из свободных полей 1 либо  $-1$ . После того, как все клетки оказываются занятыми, в каждой из строк подсчитывается произведение. Петя выигрывает, если отрицательных произведений четное число, иначе выигрывает Вася. Кто выиграет при правильной игре, если первым ходит Петя?