

Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2008/09 год, третий отборочный тур

1. Нарисуйте на плоскости пять различных прямых так, чтобы они пересекались ровно в семи различных точках.
2. Мальчик пошел с отцом в тир. Отец купил ему 10 пульек. В дальнейшем отец за каждый промах отбирал у сына одну пульку, а за каждое попадание давал одну дополнительную пульку. Сын выстрелил 55 раз, после чего пульки у него кончились. Сколько раз он попал?
3. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60 градусов. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60 градусам.
4. Когда Винни-Пух пришел в гости к Кролику, он съел 3 тарелки мёда, 4 тарелки сгущёнки и 2 тарелки варенья, а после этого не смог выйти наружу из-за того, что сильно растолстел от такой еды. Но известно, что если бы он съел 2 тарелки мёда, 3 тарелки сгущёнки и 4 тарелки варенья или 4 тарелки мёда, 2 тарелки сгущёнки и 3 тарелки варенья, то спокойно смог бы покинуть нору гостеприимного Кролика. От чего больше толстеют: от варенья или от сгущёнки?
5. В каждой клетке клетчатой доски размером 50×50 записано по числу. Известно, что каждое число в 3 раза меньше суммы всех чисел, записанных в клетках, соседних с ним по стороне, и в 2 раза меньше суммы всех чисел, записанных в клетках, соседних с ним по диагонали. Докажите, что каждую клетку доски можно покрасить в красный или синий цвет так, что сумма всех чисел, записанных в красных клетках, равна сумме всех чисел, записанных в синих клетках.