

## Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2008/09 год, второй отборочный тур

1. Найдите частное, если известно, что оно в 6 раз больше делимого и в 15 раз больше делителя.
2. Три брата вернулись с рыбалки. Мама спросила у каждого, сколько они вместе поймали рыб.
  - Вася сказал: «Больше десяти»,
  - Петя: «Больше восемнадцати»,
  - Коля: «Больше пятнадцати».

Сколько могло быть поймано рыб (укажите все возможности), если известно, что два брата сказали правду, а третий — неправду?

3. Можно ли пронумеровать грани куба числами 1, 2, 3, 4, 5 и 6 так, чтобы номер каждой грани был делителем суммы номеров соседних граней? Если да — как, если нет — почему?
4. Для каждой пары чисел  $x, y$  обозначим через  $s(x, y)$  наименьшее из чисел

$$x, \quad 1 - y, \quad y - x.$$

Какое наибольшее значение может принимать число  $s(x, y)$ ?

5. В вершинах шестиугольника записаны числа, а на каждой стороне — сумма чисел в ее концах. Назовем **округлением** замену нецелого числа на одно из двух ближайших целых (ближайшее большее или ближайшее меньшее), а целое пусть при округлении не меняется. Докажите, что можно все 12 чисел округлить так, чтобы по-прежнему на каждой стороне стояла сумма чисел в ее концах.