

## Олимпиада им. Леонарда Эйлера

2008/09 год, первый отборочный тур

1. В озере водятся караси, окуни и щуки. Два рыбака поймали вместе 70 рыб, причём  $\frac{5}{9}$  улова первого рыбака составляли караси, а  $\frac{7}{17}$  улова второго — окуни. Сколько щук поймал каждый из рыбаков, если оба поймали поровну карасей и окуней?

2. По кругу стоят 22 человека, каждый из них — рыцарь (который всегда говорит только правду) или лжец (который всегда лжет). Каждый из них произнес фразу: «Следующие 10 человек по часовой стрелке после меня — лжецы». Сколько среди этих 22 людей лжецов?

3. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AC = BC$ ). На сторонах  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  отмечены точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  соответственно. Оказалось, что  $C_1B_1$  перпендикулярно  $AC$ ,  $B_1A_1$  перпендикулярно  $BC$  и  $B_1A_1 = B_1C_1$ . Докажите, что  $A_1C_1$  перпендикулярно  $AB$ .

4. В выражении

$$\frac{1}{2} * \frac{2}{3} * \dots * \frac{99}{100}$$

замените все 98 звёздочек знаками арифметических действий ( $-$ ,  $+$ ,  $\times$ ,  $:$ ) таким образом, чтобы значение полученного арифметического выражения равнялось нулю.

5. Можно ли разбить числа от 1 до 100 на три группы таким образом, чтобы в первой группе сумма чисел делилась на 102, во второй группе — на 203, а в третьей группе — на 304?