

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

11 класс, 2024 год

1. Госпожа Такаято решила сесть на диету и из каждых десяти дней делать четыре голодных и шесть обжорных. Сколькими разными способами она может распределить такие дни, чтобы у неё не было более двух голодных дней подряд (в рамках одной десятидневки)?

191

2. На каждой из двух прямолинейных линий электропередач установлены обслуживающие подстанции. На линии A — через каждые m км, на линии B — через каждые q км. Если занумеровать их подряд вдоль каждой линии, то расстояния между подстанциями A_1 и B_1 равно $15\sqrt{2}$ км, между A_3 и B_3 равно $5\sqrt{34}$ км, между A_4 и B_4 равно $5\sqrt{10}$ км. Определите, параллельны ли данные линии? Если да, то найдите расстояние между ними. Если нет, то найдите расстояние от подстанции A_1 до точки их пересечения.

линии параллельны, расстояние между ними равно 15 км

3. Запись числа A заканчивается цифрой 3. Если же последнюю цифру переставить в начало, то получится число, на 27 больше A . Найдите A , если известно, что оно делится на 99, или докажите, что такого числа не существует.

не существует

4. В круговой сектор радиуса R с центральным углом α ($0 < \alpha \leq \pi/2$) вписаны две окружности (обе касаются радиусов-сторон сектора, друг друга внешним образом, а большая касается окружности сектора). Какую наибольшую долю может составлять расстояние между центрами вписанных окружностей от величины R и при каком значении α это достигается?

 $2/3$ или $\pi/2$

5. Коэффициенты многочлена степени $n > 2024$

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

взятые в том же порядке (начиная со старшей степени), образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q ($q \neq 0, \pm 1$).

Выясните, может ли $P_n(x)$ иметь только один корень.

Если может, укажите минимальную степень (из диапазона выше), при которой это возможно, и выразите корень через a_0 и q . Если нет, укажите минимально возможное количество корней при любом $n > 2024$.

может, минимальная степень — 2025