

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

10 класс, 2024 год

1. Число A делится на 6 и его запись заканчивается цифрой 2. Если же последнюю цифру переставить в начало, то получится число, на 18 большее A . Может ли число A быть а) 2023-значным? б) 2024-значным? Если да, найдите пример такого числа; если нет, объясните, почему.

а) может $A = \overbrace{22\dots22}^{2021}$; б) не может

2. В круговой сектор радиуса R с центральным углом α вписаны две окружности (обе касаются радиусов-сторон сектора, друг друга внешним образом, а большая касается окружности сектора). Какое наибольшее значение может принимать отношение радиуса меньшей окружности к R и при каком значении α оно достигается?

$8/1$ при $\alpha = \pi$ или $8/1$

3. На прямой линии электропередач через каждые m км установлены обслуживающие подстанции. Если занумеровать их подряд вдоль линии, то расстояние от центрального поста до первой подстанции равно $6\sqrt{2}$ км, до третьей — $2\sqrt{34}$ км и до четвертой — $6\sqrt{10}$ км. На каком расстоянии от первой подстанции находится точка на линии, ближайшая к центральному посту? Найдите также расстояние от поста до линии и значение m , если это возможно.

ближайшая точка — в 6 км от первой подстанции

расстояние до поста равно 6 км, $m = 8$ км

4. Коэффициенты многочлена нечётной степени

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

взяты в том же порядке (начиная со старшей степени), образуют геометрическую прогрессию с отрицательным знаменателем q .

А) Докажите, что $P_n(x)$ не может иметь отрицательных корней.

Б) Определите максимально возможное количество положительных корней $P_n(x)$ и найдите хотя бы один из них.

многочлен имеет единственные положительные корни $x_0 = -b$