

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

8 класс, 2020 год

1. Если на педсовете Марья Ивановна сидит ВКонтакте, то Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят ВКонтакте. Этот факт директор знает давно. Также ему известно следующее. Только один из двух — Александра Варфоломеевна или Петр Петрович — сидит ВКонтакте. Хотя бы один из двух других — Ивана Ильича и Марьи Ивановны — сидит ВКонтакте. Также известно, что Петр Петрович и Иван Ильич либо оба сидят, либо оба не сидят ВКонтакте. Пользуясь только этими четырьмя верными утверждениями, директор без труда определяет, кто на педсовете сидит ВКонтакте. Сможете ли Вы? Не забудьте обосновать однозначность ответа.

ВКонтакте сидят Петр Петрович и Иван Ильич

2. Какой цифрой оканчивается значение суммы $2019^{2020} + 2020^{2019}$?

Цифра 1

3. На координатной плоскости выделен квадрат K с вершинами в точках $(0, 0)$ и $(10, 10)$. Изобразите внутри этого квадрата множество M точек (x, y) , координаты которых удовлетворяют уравнению

$$[x] < [y],$$

где $[a]$ обозначает целую часть числа a (то есть наибольшее целое число, не превосходящее a ; например, $[10] = 10$, $[9,93] = 9$, $[1/9] = 0$, $[-1,7] = -2$). Какую часть площади квадрата K составляет площадь множества M ?

Площадь множества M составляет 45% площади квадрата K

4. За два дня 50 финансистов собрали средства для борьбы с новым вирусом. Каждый из них внес однократно целое количество тысяч рублей, не превосходящее 100. При этом каждый взнос в первый день не превосходил 50 тысяч, а во второй был больше этой величины; и никакая пара из всех 50 взносов не отличалась ровно на 50 тысяч. Какую сумму собрали?

Если все взносы различны, то собрали 2525 тысяч; если нет, то $S_{\min} = 101$ тысяч, $S_{\max} = 4949$ тысяч

5. Необходимо построить дорогу, вымощенную желтым кирпичом. Она пройдет в местности, где есть прямолинейный участок линии электропередач (ЛЭП) и кирпичный завод, находящийся на расстоянии d от ЛЭП ($d \neq 0$). Для ритмичной работы требуется, чтобы каждая точка строящейся дороги была одинаково удалена от завода и от ЛЭП. Введите систему координат так, чтобы кирпичный завод имел координаты $(0, 0)$, а ЛЭП проходила через точку $(0, d)$ параллельно одной из координатных осей. Найдите координаты точки на дороге, удаленной от завода на расстояние $5d$.

Точка $(-3d, -4d)$ и $(3d, -4d)$