

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

10 класс, 2018 год

1. Имеется три электрогенератора, их мощности x_1 , x_2 , x_3 не меньше 1 МВт. При анализе энергосистемы с такими генераторами выяснилось, что для осуществления некоторого процесса необходимо условие

$$2(x_1 + x_2 + x_3) + 4x_1x_2x_3 = 3(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) + 1.$$

Какова при его выполнении максимальная совместная мощность всех трех генераторов?

2. В стране Лимонии лишь два денежных знака, достоинством в 7 лимонов и в 9 лимонов. Найдите все способы представления такими знаками суммы в 997 лимонов и укажите их количество.

3. В Царстве Колдовской Энергии на плоской равнине стоит заколдованная трансформаторная будка: наблюдателю, смотрящему параллельно земле, она видна только под углом 45° . В поперечном сечении будка квадратная со стороной L локтей. Опишите геометрическое место точек на равнине, из которых будка видна, и определите минимальное и максимальное расстояние, с которого видна заколдованная будка. Углом, под которым фигура F видна из точки P , называется наименьший угол с вершиной P , содержащий фигуру F . В данном случае этот угол расположен в плоскости поперечного сечения будки.

4. Найдите количество чисел N из множества $\{1, 2, \dots, 2018\}$, для которых существуют положительные решения x уравнения

$$x^{[x]} = N$$

($[x]$ — это целая часть вещественного числа x , т. е. наибольшее целое, не превосходящее x).

5. Электрокабель длиной 21 м разрезают на 21 кусок. Для любых двух кусков их длины отличаются друг от друга не более, чем втрое. При каком наименьшем m обязательно найдутся два куска, длина которых отличаются друг от друга не более, чем в m раз?