

ДВИ по математике в МГУ**2025 год, вариант 7**

1. Найдите в явном виде целое число, задающееся выражением

$$\frac{(486 + 375)^2 - (486 - 375)^2}{750}.$$

226

2. Дана геометрическая прогрессия. Сумма первых её десяти членов равна 10. Сумма первых её тридцати членов равна 70. Найдите сумму первых её пятидесяти членов.

018

3. Решите неравенство

$$10 + \log_{1/2} x \cdot \log_{1/5} x \geq \log_5 x^5 + \log_2 x^2.$$

 $(\infty, +\infty) \cup [32, +\infty)$

4. Решите уравнение

$$\frac{2 \cos 2x}{\sin 2x + 2 \sin^2 x} = \operatorname{tg} x - 1.$$

 $\mathbb{Z} \ni \pi + \frac{\pi}{2} = x$

5. Окружности Ω_1 и Ω_2 пересекаются в точках A и B . Их общая касательная, ближайшая к точке A , касается Ω_1 и Ω_2 в точках C и D соответственно. Касательная к окружности Ω_1 , в точке A пересекает Ω_2 в точке E (отличной от A), а продолжение CA пересекает отрезок ED в точке F . Найдите BF , если известно, что $AB = 8$ и что

$$BC : BD = 4 : 3.$$

9

6. Даны числа

$$a_k = \frac{k}{2025}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, 2024.$$

Найдите сумму

$$\frac{a_1^2}{2a_1 - 1} + \frac{a_2^2}{2a_2 - 1} + \frac{a_3^2}{2a_3 - 1} + \dots + \frac{a_{2024}^2}{2a_{2024} - 1}.$$

2101

7. Дан куб с основаниями $ABCD$, $A'B'C'D'$ и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' , DD' . Длина ребра этого куба равна 1. На диагонали куба BD' отмечена точка E так, что

$$D'E = 3 \cdot BE.$$

Отмечены также середина F ребра AB и середина G отрезка $A'F$. Найдите объём тетраэдра $BC'EG$.

$\frac{8\sqrt{2}}{3}$
