

ДВИ по математике в МГУ

2025 год, вариант 5

1. Какое из следующих двух чисел больше:

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{11} \quad \text{или} \quad \frac{6}{7} + \frac{1}{8}?$$

второе больше

2. Положим для каждого натурального n

$$A_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \quad \text{и} \quad B_n = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n.$$

Найдите

$$\frac{B_7 + 7}{A_7}.$$

8

3. Решите неравенство

$$(\sqrt[3]{x})^{5+\log_2 x} \geq 2^{1+\log_2 x}.$$

 $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{8}{1}, 0) \ni x$

4. Решите уравнение

$$\frac{(1 - \operatorname{tg}^2 x)(1 + \sin 2x)}{(1 + \operatorname{tg}^2 x)(1 - \sin 2x)} = 3 + 2 \sin 2x - 2 \sin^2 x.$$

 $\mathbb{Z} \ni y, \frac{7}{xy} + \frac{8}{y} = 4y + \frac{y}{x} - x$ 5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Найдите все возможные значения угла $\angle FEG$, где E , F и G — центры вписанных окружностей в треугольники ABC , BCD и ABD соответственно.

06

6. Положительные действительные числа a , b , c удовлетворяют равенству

$$a^2 + b^2 + c^2 = 12.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения

$$\sqrt{1+a^3} + \sqrt{1+b^3} + \sqrt{1+c^3}.$$

6

7. Дана четырёхугольная пирамида $ABCD S$ с высотой $SH = 8$. Сфера радиуса 3 касается всех граней пирамиды, причём основания $ABCD$ эта сфера касается в точке H основания высоты. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$, если известно, что его площадь равна 144.

48