

## ДВИ по математике в МГУ

2025 год, вариант 1

1. Известно, что

$$x : y = 9 : 7.$$

Найдите

$$\frac{x + y}{x - y}.$$

8

2. Дана последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots$  действительных чисел, удовлетворяющих при каждом  $n$  равенству

$$a_{n+1} = \frac{5 - a_n}{4}.$$

Пусть  $S_n$  обозначает сумму первых  $n$  членов этой последовательности:

$$S_n = a_1 + \dots + a_n.$$

Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором выполняется неравенство

$$|S_n - n - 8| < \frac{1}{1000},$$

если известно, что  $a_1 = 11$ .

2

3. Решите неравенство

$$1 + \sqrt{\log_9(3x^2 + 8x + 6)} > \log_3(3x^2 + 8x + 6).$$

$$\left(\frac{5}{4}; 1\right) \cap \left[\frac{5}{2}; 8\right) \ni x$$

4. Решите уравнение

$$\sin 2x + 3 \cos x = \sqrt{3}(1 + \cos 2x + \sin x).$$

$$\mathbb{Z} \ni \varphi, \pi\varphi + \frac{\pi}{2}, \pi\varphi\pi + \frac{\pi}{2} \neq x$$

5. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $AD$ . Известно, что

$$AD : BC = \sqrt{3} : 2$$

и что  $\angle BAC = 45^\circ$ . Найдите угол  $\angle BMC$ , где  $M$  — точка пересечения медиан.

135

6. Положительные действительные числа  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$  удовлетворяют равенству

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 3.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{a_1^2}{a_1 + b_1} + \frac{a_2^2}{a_2 + b_2} + \frac{a_3^2}{a_3 + b_3}.$$

$\frac{7}{8}$

7. Дан тетраэдр  $ABCD$ . Рёбра  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны прямой, проходящей через их середины. Найдите все возможные значения  $AB + BC$ , если известно, что

$$AD + DC = 1.$$

1