

**ДВИ по математике в МГУ****2024 год, вариант 2**

1. Найдите целое число, задаваемое выражением

$$\sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}}.$$

□

2. Найдите сумму всех натуральных чисел  $n$ , для которых число  $n^2 + 7n + 1$  является квадратом некоторого натурального числа.

□

3. Решите неравенство

$$8^{\log_{x^2-1}(x-1)} + 8^{\log_{x^2-1}(x+1)} \leq 6.$$

□

4. Решите уравнение  $\sin x + \sin 2x + \cos x = 1$ .

□

5. Вокруг остроугольного треугольника  $ABC$  описана окружность. На дуге  $CA$  (не содержащей точку  $B$ ) этой окружности отмечена некоторая точка  $P$ . Прямая, проходящая через точки  $B$  и  $H$ , где  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ , пересекает отрезок  $AP$  в точке  $Q$ . Найдите отношение  $AC$  к  $BC$ , если известно, что точки  $C, P, Q, H$  лежат на одной окружности.

□

6. Число  $x_0$  является общим корнем многочленов  $x^3 + ax^2 + bx + c$ ,  $x^3 + bx^2 + cx + a$ ,  $x^3 + cx^2 + ax + b$ . Найдите все возможные значения  $x_0$ , если известно, что  $a > b > c$ .

□

7. В основании пирамиды лежит трапеция  $ABCD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = 2BC$ . Сфера радиуса 1 касается плоскости основания пирамиды и плоскостей её боковых граней  $ADS$  и  $BCS$ . Найдите отношение, в котором делит объём пирамиды плоскость  $ADT$ , где  $T$  — точка касания сферы с плоскостью  $BCS$ , если грань  $ADS$  перпендикулярна плоскости основания, а высота пирамиды равна 4.

□