

ДВИ по математике в МГУ

2024 год, вариант 1

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее числа

$$\frac{2 + \cos \frac{\pi}{5}}{3} + \frac{3 + \sin \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{2} \right)}{2}.$$

2

2. Натуральные числа a_1, \dots, a_n образуют строго возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения n , если известно, что n нечётно, $n > 1$ и сумма $a_1 + \dots + a_n$ равна 2024.

11, 23 = u

3. Решите неравенство $\log_{x+3}(x^2 - 7x + 12) \leq 2$.

$(-\infty; -2) \cup [3; \frac{81}{8}] \cup (7; +\infty)$

4. Решите уравнение

$$\frac{\operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} 3x \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 2x.$$

$\mathbb{Z} \cup \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \frac{13\pi}{2}, \frac{15\pi}{2}, \frac{17\pi}{2}, \frac{19\pi}{2}, \frac{21\pi}{2}, \frac{23\pi}{2}, \frac{25\pi}{2}, \frac{27\pi}{2}, \frac{29\pi}{2}, \frac{31\pi}{2}, \frac{33\pi}{2}, \frac{35\pi}{2}, \frac{37\pi}{2}, \frac{39\pi}{2}, \frac{41\pi}{2}, \frac{43\pi}{2}, \frac{45\pi}{2}, \frac{47\pi}{2}, \frac{49\pi}{2}, \frac{51\pi}{2}, \frac{53\pi}{2}, \frac{55\pi}{2}, \frac{57\pi}{2}, \frac{59\pi}{2}, \frac{61\pi}{2}, \frac{63\pi}{2}, \frac{65\pi}{2}, \frac{67\pi}{2}, \frac{69\pi}{2}, \frac{71\pi}{2}, \frac{73\pi}{2}, \frac{75\pi}{2}, \frac{77\pi}{2}, \frac{79\pi}{2}, \frac{81\pi}{2}, \frac{83\pi}{2}, \frac{85\pi}{2}, \frac{87\pi}{2}, \frac{89\pi}{2}, \frac{91\pi}{2}, \frac{93\pi}{2}, \frac{95\pi}{2}, \frac{97\pi}{2}, \frac{99\pi}{2} \right\}$

5. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AC в точке D . Известно, что $AD = 2 + \sqrt{3}$, $CD = \sqrt{3}$. Найдите угол $\angle CAB$, если известно также, что он в два раза меньше угла $\angle ACB$.

30°

6. Числа a, b, c положительны и удовлетворяют соотношению $a + b + c = 1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{1+b}{1-b} \cdot \frac{1+c}{1-c}.$$

8

7. Плоскость π перпендикулярна ребру SA правильной треугольной пирамиды $ABCS$ с вершиной S и основанием ABC , делит это ребро в отношении $1 : 2$ (считая от вершины S) и проходит через середину ребра SB . Найдите угол между плоскостью π и плоскостью основания пирамиды.

$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$