

## ДВИ по математике в МГУ

2023 год, вариант 7

1. Найдите  $f\left(\frac{9}{4}\right)$ , если известно, что

$$f(x) = \frac{2}{x-3} + \frac{3}{x-2}.$$

$\frac{3}{28}$

2. Чему равна сумма выражений  $\sqrt{2023+t^2}$  и  $\sqrt{999+t^2}$ , если их разность равна 8?

871

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \cos x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{3} \sin x = 0.$$

$\mathbb{Z} \ni \pi k_1, k_2 \pi, \frac{\pi}{2} + \pi k_1, \frac{\pi}{2} + 2k_2 \pi, \frac{\pi}{2} + \pi k_1 + \pi k_2, k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

4. Решите уравнение

$$|\log_3^2 x - \log_{2x}^2 2| = \log_3^2 x + \log_{2x}^2 2 - 2.$$

$\frac{8}{1}, \frac{7}{1} = x$

5. Из точки  $E$  пересечения диагоналей  $AC$  и  $BD$  вписанного четырёхугольника  $ABCD$  опущены перпендикуляры  $EK, EL, EM, EN$  на его стороны  $AB, BC, CD, AD$  соответственно, причём основания перпендикуляров принадлежат соответствующим сторонам. Найдите площадь четырёхугольника  $KLMN$ , если известно, что  $KL = 5, MN = 3$ , а расстояния от точки  $E$  до прямой  $LM$  равно  $\sqrt{3}$ .

$8^8$

6. Действительные числа  $a, b, c$  удовлетворяют неравенствам  $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$ . Найдите наибольшее возможное значение выражения

$$\sqrt[4]{a(1-b)} + \sqrt[4]{b(1-c)} + \sqrt[4]{c(1-a)}.$$

$\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$

7. Пересечение плоскости и правильной треугольной пирамиды является квадратом со стороной 1. Найдите длину ребра основания пирамиды, если известно, что двугранный угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания равен  $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

$\sqrt[3]{7} + 1$