

ДВИ по математике в МГУ

2023 год, вариант 5

1. Найдите $f\left(\frac{1}{2}\right)$, если

$$f(x) = \left(\sqrt{x+1} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \left(\sqrt{5x-1} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

9
3

2. Найдите четыре числа a, b, c, d , если известно, что они образуют возрастающую геометрическую прогрессию, что $a + d = 28$ и что $b + c = 12$.

$27 = p, 6 = q, 3 = r, 1 = s$

3. Решите неравенство $\log_x \log_3 (2^x - 1) \geq 0$.

$x < 2$

4. Решите уравнение

$$2 \cos 2x + \frac{\cos x - \cos 3x}{\cos x + \cos 3x} = 2.$$

$\mathbb{Z} \ni k_1\pi, k_2\pi + \frac{\pi}{2}, k_1\pi + \frac{\pi}{2}, k_2\pi$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. На его диагонали AC отмечена точка E , а на продолжении этой диагонали за точку C отмечена точка F таким образом, что $\angle ADE = \angle CBF$. Найдите угол $\angle CDF$, если известно, что $\angle ABE = 15^\circ$.

15°

6. Положительные числа a, b, c удовлетворяют соотношению

$$a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab} = 1.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $a + b + c$.

$\frac{8}{3}$

7. Дан куб с ребром 1, нижним основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 . На рёбрах A_1D_1, BB_1, CC_1, AD отмечены соответственно точки K, L, M, N , так что $A_1K = KD_1$, $BL : LB_1 = 7 : 1$, $CM : MC_1 = DN : NA = 4 : 3$. Найдите площадь сечения тетраэдра $KLMN$, параллельного рёбрам KL и MN , имеющего форму ромба.

$\frac{8\sqrt{5}}{31}$